

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
«Средняя общеобразовательная школа г. Светогорска»

ПРИНЯТА:

на заседании

педагогического совета

протокол № 1 от 26.08.24 г.

УТВЕРЖДАЮ:

приказ № 01-12/353 от 30.08.2024 г.

директор школы:



В.В. Кокоткина

Дополнительная общеразвивающая программа  
естественно-научной направленности  
«Математическая вертикаль»

на 2024-2025, 2025-2026 учебные годы

Срок реализации программы: 2 года

Учитель: Молчанова Марина Михайловна, учитель математики  
высшей квалификационной категории

Классы: 10-11

г. Светогорск  
2024 г.

## Оглавление

Пояснительная записка .....	3
Нормативно-правовая база конструирования программы .....	3
Цель и задачи .....	3
Актуальность и практическая значимость, направленность .....	3
Возрастные особенности .....	3
Сроки реализации программы .....	3
Календарно-тематическое планирование .....	4
Содержание программы .....	5
Методическое обеспечение программы .....	7
Формы и режим занятий: .....	7
Контроль и система оценивания: .....	7
Планируемые образовательные результаты .....	8
Личностные результаты .....	8
Метапредметные результаты .....	9
Предметные результаты .....	11
Список литературы: .....	12

## Пояснительная записка

### Нормативно-правовая база конструирования программы

- Федеральный закон Российской Федерации от 29.12.2012 №273-ФЗ (ред. 21.07.2014 года) «Об образовании в Российской Федерации»;
- Концепция развития дополнительного образования детей (утверждена Распоряжением Правительства Российской Федерации от 04.09.2014 года №1726-р);
- Санитарно-эпидемиологические правила (СанПиН 2.4.3648-20) «Санитарно-эпидемиологические требования к условиям и организации обучения, отдыха и оздоровления детей и молодёжи», утверждённые постановлением Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 29.12.2010 года №189 (в ред. постановления Главного государственного врача РФ №28 от 28.09.2020 года);
- Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 09.11.2018 года №196 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной программы по дополнительным общеобразовательным программам»

### Цель и задачи

#### Цель:

Развитие творческого и математического мышления учащихся.

#### Задачи:

- Воспитать устойчивый интерес к изучению математики, творческое отношение к учебной деятельности математического характера;
- Привить школьникам навык употребления нестандартных методов рассуждения при решении олимпиадных задач;
- Ознакомить учащихся с новыми идеями и методами;
- Расширить представления об изучаемом материале;
- Подготовить учащихся к решению сложных задач курса математики как на олимпиадах различных уровней, так и на едином государственном экзамене.

### Актуальность и практическая значимость, направленность

В программу внеурочных занятий включены различные разделы математики, не входящие в школьную программу базового и углублённого уровней, задачи олимпиад школьников различных уровней.

### Возрастные особенности

Программа ориентирована на учащихся старшей школы 10-11 класса.

### Сроки реализации программы

Программа реализуется в течение двух учебных лет в занятиях по 1 часу в неделю (всего 72 часа)

## Календарно-тематическое планирование

10 класс

№ урока	Содержание учебного материала	Кол-во часов	Дата
	<b>«Числа. Преобразования»</b>	4	
1	Делимость целых чисел.		04.09
2	Простые и составные числа, разложение натурального числа на простые множители.		11.09
3	Признаки делимости.		18.09
4	Теорема о делении с остатком.		25.09
	<b>«Функции. Координаты и графики»</b>	10	
5	Графики уравнений.		02.10
6	Графики уравнений.		09.10
7	Графики уравнений.		16.10
8	Графический способ представления информации.		23.10
9	«Считывание» свойств функции по её графику.		30.10
10	«Считывание» свойств функции по её графику.		06.11
11	Построение графиков функций и зависимостей, содержащих знак модуля.		13.11
12	Построение графиков функций и зависимостей, содержащих знак модуля.		20.11
13	Исследование функций с параметром.		27.11
14	Исследование функций с параметром.		04.12
	<b>«Уравнения»</b>	12	
15	Уравнения в целых числах. Равносильность уравнений.		11.12
16	Уравнения вида $P(x) \cdot Q(x) = 0$ .		18.12
17	Уравнения вида $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ .		25.12
18	Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.		15.01
19	Нестандартные приемы решения уравнений.		22.01
20	Нестандартные приемы решения уравнений.		29.01
21	Использование свойств функций для решения уравнений.		05.02
22	Различные методы решения систем уравнений.		12.02
23	Определение параметра. Решение уравнений, содержащих параметры.		19.02
24	Определение параметра. Решение уравнений, содержащих параметры.		26.02
25	Решение систем уравнений с параметрами.		05.03
26	Решение систем уравнений с параметрами.		12.03
	<b>«Неравенства»</b>	10	
27	Доказательство неравенств.		19.03
28	Различные методы решения неравенств.		26.03
29	Алгоритм решения неравенств с переменной под знаком модуля.		02.04
30	Различные методы решения систем неравенств.		09.04
31	Системы неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.		16.04
32	Обобщенный метод интервалов при решении неравенств.		23.04
33	Решение неравенств с параметром.		30.04
34	Решение неравенств с параметром.		07.05
35	Решение систем неравенств с параметром.		14.05
36	Решение систем неравенств с параметром.		21.05

11 класс

№ урока	Содержание учебного материала	Кол-во часов	Дата
	<b>«Числа. Преобразования»</b>	8	
1	Взаимно простые числа.		
2	Наибольший общий делитель.		
3	Наименьшее общее кратное.		
4	Простые числа.		
5	Преобразования иррациональных, показательных, логарифмических,		

	тригонометрических выражений.		
7	Преобразования иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических выражений.		
8	Сравнение действительных чисел.		
	<b>«Производная и ее применение»</b>	4	
9	Физический и геометрический смысл производной.		
10	Производная и исследование функций. Возрастание и убывание функции. Экстремумы.		
11	Чтение графиков функции и графиков производной функции.		
12	Наибольшее и наименьшее значение функции.		
	<b>«Тригонометрия»</b>	6	
13	Простейшие тригонометрические уравнения.		
14	Прикладные задачи, сводящиеся к решению тригонометрических уравнений и неравенств. Область значений тригонометрических функций.		
15	Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем, содержащих переменную под знаком модуля.		
16	Решение более сложных тригонометрических уравнений и их систем, с применением нестандартных методов.		
17	Использование основных свойств тригонометрических функций в задачах с параметрами.		
18	Тригонометрические уравнения, системы уравнений, содержащие параметр.		
	<b>«Планиметрия»</b>	10	
19	Многоугольники.		
20	Окружность. Углы в окружности.		
21	Вписанная и описанная окружности.		
22	Площади плоских фигур.		
23	Правильные многоугольники.		
24	Векторы. Скалярное произведение векторов.		
25	Метод координат.		
26	Планиметрические задачи повышенной сложности.		
27	Планиметрические задачи повышенной сложности.		
28	Планиметрические задачи повышенной сложности.		
	<b>«Стереометрия»</b>	8	
29	Прямые и плоскости в пространстве.		
30	Угол между скрещивающимися прямыми.		
31	Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.		
32	Расстояние в пространстве.		
33	Многогранники и их свойства. Площади поверхности и объемы тел. Соотношение между объемами подобных тел.		
34	Векторы. Скалярное произведение, угол между векторами.		
35	Метод координат в пространстве.		
36	Метод координат в пространстве.		

## Содержание программы

Раздел	Количество часов	
	10 класс	11 класс
<b>10 класс</b>		
<b>«Числа. Преобразования»</b>	4	8
Делимость целых чисел. Простые и составные числа, разложение натурального числа на простые множители. Признаки делимости. Теорема о делении с остатком. Взаимно простые числа. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Простые числа. Преобразования иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических выражений. Сравнение действительных чисел.		
<b>«Функции. Координаты и графики»</b>	10	
Графики уравнений. Графический способ представления информации. «Считывание» свойств функции по её графику. Построение графиков		

функций и зависимостей, содержащих знак модуля. Исследование функций с параметром.		
<b>«Уравнения»</b> Уравнения в целых числах. Равносильность уравнений. Уравнения вида $P(x) \cdot Q(x) = 0$ . Уравнения вида $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ . Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля. Нестандартные приемы решения уравнений. Использование свойств функций для решения уравнений. Различные методы решения систем уравнений. Определение параметра. Решение уравнений, содержащих параметры. Решение систем уравнений с параметрами.	12	
<b>«Неравенства»</b> Доказательство неравенств. Различные методы решения неравенств. Алгоритм решения неравенств с переменной под знаком модуля. Различные методы решения систем неравенств. Системы неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Обобщенный метод интервалов при решении неравенств. Решение неравенств с параметром. Решение систем неравенств с параметром.	10	
<b>«Производная и ее применение»</b> Физический и геометрический смысл производной. Производная и исследование функций. Возрастание и убывание функции. Экстремумы. Чтение графиков функции и графиков производной функции. Наибольшее и наименьшее значение функции.		4
<b>«Тригонометрия»</b> Простейшие тригонометрические уравнения. Прикладные задачи, сводящиеся к решению тригонометрических уравнений и неравенств. Область значений тригонометрических функций. Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем, содержащих переменную под знаком модуля. Решение более сложных тригонометрических уравнений и их систем, с применением нестандартных методов. Использование основных свойств тригонометрических функций в задачах с параметрами. Тригонометрические уравнения, системы уравнений, содержащие параметр.		6
<b>«Планиметрия»</b> Многоугольники. Окружность. Углы в окружности. Вписанная и описанная окружности. Площади плоских фигур. Правильные многоугольники. Векторы. Скалярное произведение векторов. Метод координат. Планиметрические задачи повышенной сложности.		10
<b>«Стереометрия»</b> Прямые и плоскости в пространстве. Угол между скрещивающимися прямыми. Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние в пространстве. Многогранники и их свойства. Площади поверхности и объемы тел. Соотношение между объемами подобных тел. Векторы. Скалярное произведение, угол между векторами. Метод координат в пространстве.		8
	36	36

## Методическое обеспечение программы

### Формы и режим занятий:

Программа рассчитана на один год обучения. Занятия проводятся 1 раз в неделю по 2 часа. Учебный год – 36 занятий (72 часа).

В основе занятий лежит принцип добровольности. Для обучения по программе, принимаются все желающие учащиеся 10-11 классов.

Возраст детей, на который рассчитана образовательная программа – 10-11 класс.

Основные формы организации учебных занятий: лекции, семинары, практические занятия, самостоятельные работы. Обучение строится в очной форме.

Формы итогового контроля: зачётная работа, семинар.

Занятия предполагают расширение и углубление знаний школьников, полученных ранее на уроках и занятиях по математике.

### Контроль и система оценивания:

Текущий контроль уровня усвоения материала осуществляется по результатам выполнения учащимися самостоятельных, практических работ. Присутствует как качественная, так и количественная оценка деятельности.

*Качественная оценка* базируется на анализе уровня мотивации учащихся, их общественном поведении, самостоятельности в организации учебного труда, а также оценке уровня адаптации к предложенной жизненной ситуации.

*Количественная оценка* предназначена для снабжения учащихся объективной информацией об овладении ими учебным материалом и производится по пятибалльной системе.

## Планируемые образовательные результаты

### Личностные результаты

Личностные результаты освоения программы характеризуются:

#### **Патриотическое воспитание:**

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах.

#### **Гражданское и духовно-нравственное воспитание:**

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.);

готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного.

#### **Трудовое воспитание:**

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений; осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей.

#### **Эстетическое воспитание:**

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений; умению видеть математические закономерности в искусстве.

#### **Ценности научного познания:**

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; овладением простейшими навыками исследовательской деятельности.

#### **Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:**

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека.

#### **Экологическое воспитание:**

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения.



## **Личностные результаты, обеспечивающие адаптацию обучающегося к изменяющимся условиям социальной и природной среды:**

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

## **Метапредметные результаты**

Метапредметные результаты освоения программы характеризуются овладением универсальными *познавательными* действиями, универсальными *коммуникативными* действиями и универсальными *регулятивными* действиями.

1) *Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

### **Базовые логические действия:**

— выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями;

— формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

— воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие;

— условные; выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях;

— предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

— делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

— разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;

— обосновывать собственные рассуждения; выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

### **Базовые исследовательские действия:**

— использовать вопросы как исследовательский инструмент познания;

— формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу,

— аргументировать свою позицию, мнение;

— проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;

— самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений; прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

### **Работа с информацией:**

— выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;

— выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

— выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;

— оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

*2) Универсальные коммуникативные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

### **Общение:**

— воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения;

— ясно, точно, грамотно выразить свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат; в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения;

— сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций;

— в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

— представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта;

— самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

### **Сотрудничество:**

— понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;

— принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы;

— обобщать мнения нескольких людей; участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и др.);

— выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды;

— оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные регулятивные действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

**Самоорганизация:**

— самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

**Самоконтроль:**

— владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

— предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;

— оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

### **Предметные результаты**

К концу изучения курса обучающийся научится:

- решать прикладные задачи вычислительного характера
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений и систем;
- строить простейшую алгебраическую модель текстовой задачи в виде уравнения или неравенства и исследовать ее;
- решать простейшие рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения
- решать задачи, связанные с вычислениями площадей плоских фигур;
- решать задачи, связанные с соотношениями между углами и сторонами в многоугольниках;
- иметь представление о решении геометрических задач повышенного уровня сложности;
- преобразовывать и вычислять значения иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических выражений иметь представление о теории делимости;
- решать простейшие рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические неравенства;
- иметь представление о решении систем уравнений и неравенств ;
- иметь представление о решении уравнений, неравенств, систем уравнений, систем неравенств с параметрами;
- решать задачи, связанные с геометрическим и физическим смыслом производной;
- исследовать свойства функций с помощью производной;
- находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

## Список литературы:

1. Г.В.Дорофеев “Квадратный трехчлен в задачах”, журнал “Квантор”, 1991
2. И.Кушнир “Шедевры школьной математики”, книга 1, Киев, “Астарта”, 1995
3. С.Н.Олехин., М.К.Потапов, П.И.Пасиченко “Нестандартные методы решения уравнений и неравенств”, изд-во “МГУ”, 1991
4. И.Ф.Шарыгин “Геометрия 9-11”, задачник, М, “Дрофа”, 1996
5. А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонский, М.С.Якир “Неожиданный шаг или сто тридцать красивых задач”
6. Л.М.Лихторников “Элементарное введение в функциональные уравнения”, Санкт-Петербург, “Лань” 1997
7. В.В.Прасолов “Задачи по планиметрии”, ч.1,М, “Наука”, 1991
8. Я.П. Понарин “Геометрия для 7-11 классов, ч.1 Планиметрия”, Ростов на Дону, “Феникс”, 1997
9. М.Долесова, Е.Семенко “Углы и расстояния в школьном курсе стереометрии”, Краснодар, 1993