

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа г. Светогорска»

Приложение к основной образовательной программе
среднего общего образования,
утвержденной приказом № 01- 12/324 от 31.08.2021 г.
срок реализации программы 2 года

Рабочая программа учебного предмета
«МАТЕМАТИКА»
(углубленный уровень)
для учащихся 10-11 классов

Светогорск -2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА «МАТЕМАТИКА»

10-11-й классы

Программа по математике основной общеобразовательной школы предназначена для учащихся 10-11 классов МБОУ «СОШ г. Светогорска» и составлена на основе Фундаментального ядра содержания общего образования, требований к результатам СОО, представленных в Федеральном государственном стандарте основного общего образования 2 поколения, основной образовательной программы ООО МБОУ «СОШ г. Светогорска», примерной программы по математике для 10-11 классов

Рабочая программа направлена на достижение планируемых предметных результатов освоения обучающимися программы основного общего образования по математике, а также планируемых результатов междисциплинарных учебных программ по формированию универсальных учебных действий (личностных универсальных учебных действий, регулятивных универсальных учебных действий, коммуникативных универсальных учебных действий, познавательных универсальных учебных действий), по формированию ИКТ-компетентности обучающихся, основ учебно- исследовательской и проектной деятельности, освоения смыслового чтения и работы с текстом.

Программа обеспечивает преемственность обучения с подготовкой учащихся в основной образовательной школе.

1. Планируемые результаты изучения учебного предмета

Настоящая рабочая программа разработана на основе Примерной программы среднего общего образования «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» и соответствует требованиям ФГОС среднего общего образования.

Учебный предмет «Математика» состоит из трех модулей: Алгебра и начала математического анализа, Геометрия, Практикум по математике.

Цели обучения математике.

Среднее (полное) общее образование в современных условиях призвано обеспечить функциональную грамотность и социальную адаптацию обучающихся на основе приобретения ими компетентного опыта в сфере учения, познания, профессионально-трудового выбора, личностного развития, ценностных ориентации и смыслов творчества. Это предопределяет направленность целей обучения на формирование компетентной личности, способной к жизнедеятельности и самоопределению в информационном обществе, ясно представляющей свои потенциальные возможности, ресурсы и способы реализации выбранного жизненного пути.

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования основные цели завершающего этапа школьного образования состоят:

- в завершении формирования у обучающихся — средствами культуры, науки, искусства, литературы — общей культуры и относительно целостной системы знаний, деятельности и представлений о природе, обществе и человеке;
- формировании устойчивой потребности учиться, готовности к непрерывному образованию, саморазвитию и самовоспитанию, к созидательной и ответственной трудовой деятельности на благо семьи, общества и государства;
- развитии индивидуальности и творческих способностей с учётом профессиональных намерений, интересов и запросов обучающихся, необходимости эффективной подготовки выпускников к освоению программ профессионального образования;

- обеспечении условий обучения и воспитания, социализации и духовно-нравственного развития обучающихся, формирования гражданской идентичности, социального становления личности, самореализации в социально и личностно значимой деятельности.

Личностное развитие школьника происходит путем включения его в различные виды ценностной человеческой деятельности: учеба, познание, коммуникация, профессионально-трудовой выбор, личностное саморазвитие, ценностные ориентации, поиск смыслов жизнедеятельности. С этих позиций обучение рассматривается как процесс овладения не только определенной суммой знаний и системой соответствующих умений и навыков, но и компетенциями. Это определило **цели обучения математике**:

- овладение системой математических понятий, законов и методов, изучаемых в пределах основной образовательной программы среднего (полного) общего образования, установление логической связи между ними;
- осознание и объяснение роли математики в описании и исследовании реальных процессов и явлений; представление о математическом моделировании и его возможностях;
- овладение математической терминологией и символикой, начальными понятиями логики и принципами математического доказательства; самостоятельное проведение доказательных рассуждений в ходе решения задач;
- выполнение точных и приближённых вычислений и преобразований выражений; решение уравнений и неравенств; решение текстовых задач; исследование функций, построение их графиков; оценка вероятности наступления событий в простейших ситуациях;
- способность применять приобретённые знания и умения для решения задач, в том числе задач практического характера и задач из смежных учебных предметов;
- становление мотивации к последующему изучению математики, естественных и технических дисциплин в учреждениях системы среднего и высшего профессионального образования и для самообразования;
- понимание и умение объяснить причины введения абстракций при построении математических теорий;
- осознание и выявление структуры доказательных рассуждений, логического обоснования доказательств;
- овладение основными понятиями, идеями и методами математического анализа, теории вероятностей и статистики; способность применять полученные знания для описания и анализа проблем из реальной жизни;
- готовность к решению широкого класса задач из различных разделов математики и смежных учебных предметов, к поисковой и творческой деятельности, в том числе при решении нестандартных задач;
- овладение навыками использования компьютерных программ при решении математических задач, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации хода рассуждения;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также последующего обучения в высшей школе;
- воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

Общая характеристика учебного предмета

Учебный предмет «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия»

входит в перечень учебных предметов, обязательных для изучения в средней (полной) общеобразовательной школе.

Учебный предмет изучается на углублённом уровне. Отличия курса на базовом уровне от того же курса на углублённом уровне заключаются в том, что один и тот же математический материал в первом случае служит главным образом средством развития личности обучающихся, повышения их общекультурного уровня. Во втором случае во главу угла ставится развитие математических способностей обучающихся и сохранение традиционно высокого уровня российского математического образования.

Эти отличия проявляются непосредственно в учебной деятельности: это, различный уровень изложения материала и некоторое расширение содержания курса в классах с углублённым изучением, различная глубина изучения ключевых понятий, качественные различия в задачном материале. Кроме того, система общего среднего образования была и остаётся системой массового обучения. Поэтому обучающиеся, имеющие ярко выраженную склонность к занятиям наукой, и в частности к математике, могут получить дополнительные возможности развития своих способностей в форме разнообразных факультативных и элективных курсов либо индивидуальных занятий. Для этой категории обучающихся будут предложены темы самостоятельных исследовательских работ; некоторые примеры таких работ приводятся в данной программе.

Место учебного предмета в учебном плане

Содержание обучения курсу «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия», представленное в настоящей Программе, рассчитано на 578 часов на углублённом уровне за два года обучения.

Распределение количества часов по модулям:

Название модуля	Кол-во часов в неделю в 10 классе	Кол-во часов в неделю в 11 классе	Кол-во часов за два года обучения
Алгебра и начала математического анализа	4	4	272
Геометрия	2	2	136
Практикум по математике	2	3	170

По учебному плану МБОУ «СОШ г. Светогорска» в неделю на изучение математики в 10 классе отводится 8 часов: 6 часов из обязательной части, 2 часа из части, формируемой образовательной организацией, а в 11 классе отводится 9 часов: 6 часов из обязательной части, 3 часа из части, формируемой образовательной организацией.

С учетом уровневой специфики класса выстроена система учебных занятий (уроков), спроектированы цели, задачи, ожидаемые результаты обучения (планируемые результаты), что представлено в схематической форме далее.

Планируется использование следующих **педагогических технологий** в преподавании предмета:

- полного усвоения;
- обучения на основе решения задач;
- обучения на основе схематичных и знаковых моделей;
- проблемного обучения.

Формы проведения учебных занятий.

Основная часть учебного времени (60%) – это обязательная часть, учитываемая учебным планом. Форма проведения учебных занятий – урок. Остальная часть (40%) – это часть, формируемая участниками образовательного процесса, представленная в рамках нелинейного

расписания в следующих формах: семинар, исследование, практикум, игра, экскурсия, погружение в тему.

Результаты освоения учебного предмета

Личностные результаты

Личностные результаты обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию учащихся, установление учащимися связи между учебной деятельностью и её мотивом. К личностным результатам освоения старшекласниками программы по математике относятся:

- сформированность представлений об основных этапах истории и наиболее важных современных тенденциях развития математической науки, о профессиональной деятельности учёных-математиков;
- способность к эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- сформированность потребности в самореализации в творческой деятельности, выражающаяся в креативности мышления, инициативе, находчивости, активности при решении математических задач;
- потребность в самообразовании, готовность принимать самостоятельные решения.

Метапредметные результаты

Вклад изучения курса математики в формирование метапредметных результатов освоения основной образовательной программы состоит:

- в формировании понятийного аппарата математики и умения видеть приложения полученных математических знаний для описания и решения проблем в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- формировании интеллектуальной культуры, выражающемся в развитии абстрактного и критического мышления, умении распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта, применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, способности ясно, точно и грамотно формулировать и аргументированно излагать свои мысли в устной и письменной речи, корректности в общении;
- формировании информационной культуры, выражающемся в умении осуществлять поиск, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации, использовать различные источники информации для решения учебных проблем;
- формировании умения принимать решение в условиях неполной и избыточной информации;
- формировании представлений о принципах математического моделирования и приобретении начальных навыков исследовательской деятельности;
- формировании умения видеть различные стратегии решения задач, планировать и осуществлять деятельность, направленную на их решение, проверять и оценивать результаты деятельности, соотнося их с поставленными целями и личным жизненным опытом, а также публично представлять её результаты, в том числе с использованием средств информационных и коммуникационных технологий.

Предметные результаты модуля «Алгебра и начала математического анализа»

Предметные результаты модуля «Алгебра и начала математического анализа» на базовом уровне проявляются в знаниях, умениях, компетентностях, характеризующих качество (уровень) овладения обучающимися содержанием учебного предмета:

- объяснять идеи и методы математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;
- обосновывать необходимость расширения числовых множеств (целые, рациональные, действительные, комплексные числа) в связи с развитием алгебры (решение уравнений, основная теорема алгебры);
- описывать круг математических задач, для решения которых требуется введение новых понятий (степень, арифметический корень, логарифм; синус, косинус, тангенс, котангенс; арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс); производить тождественные преобразования, вычислять значения выражений, решать уравнения с радикалами, степенями, логарифмами и тригонометрическими функциями (в несложных случаях, с применением одной-двух формул и/или замены переменной), в том числе при решении практических расчётных задач из окружающего мира, включая задачи по социально-экономической тематике, и из области смежных дисциплин;
- приводить примеры реальных явлений (процессов), в том числе периодических, количественные характеристики которых описываются с помощью функций; использовать готовые компьютерные программы для иллюстрации зависимостей; определять значение функции по значению аргумента; изображать на координатной плоскости графики зависимостей, заданных описанием, в табличной форме или формулой; описывать свойства функций с опорой на их графики (область определения и область значений, возрастание, убывание, периодичность, наибольшее и наименьшее значения функции, значения аргумента, при которых значение функции равно данному числу или больше (меньше) данного числа, поведение функции на бесконечности); перечислять и иллюстрировать, используя графики, свойства основных элементарных функций: линейной и квадратичной функций, степенных функций с целым показателем, корня квадратного и кубического, логарифмических и показательных, тригонометрических; соотносить реальные зависимости из окружающей жизни и из смежных дисциплин с элементарными функциями, делать выводы о свойствах таких зависимостей;
- объяснять на примерах суть методов математического анализа для исследования функций и вычисления площадей фигур, ограниченных графиками функций; объяснять геометрический и физический смысл производной; вычислять производные многочленов; пользоваться понятием производной при описании свойств функций (возрастание/убывание, наибольшее и наименьшее значения);
- приводить примеры процессов и явлений, имеющих случайный характер; находить в простейших ситуациях из окружающей жизни вероятность наступления случайного события; составлять таблицы распределения вероятностей; вычислять математическое ожидание случайной величины;
- осуществлять информационную переработку задачи, переводя информацию на язык математических символов, представляя содержащиеся в задачах количественные данные в виде формул, таблиц, графиков, диаграмм и выполняя обратные действия с целью извлечения информации из формул, таблиц, графиков и др.; исходя из условия задачи, составлять числовые выражения, уравнения, неравенства и находить значения искомых величин; излагать и оформлять решение логически правильно, с необходимыми пояснениями.

На углублённом уровне к перечисленным выше предметным результатам добавляются следующие:

- характеризовать системы целых, рациональных, действительных, комплексных чисел; приводить примеры расширения элементарных функций на область комплексных чисел;
- давать определения, формулировать и доказывать свойства корней, степеней, логарифмов, тригонометрических функций; формулировать и доказывать теорему о рациональных корнях многочлена; анализировать формулировки определений, свойств и доказательств

свойств;

- решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств, содержащие степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические функции (без ограничения по уровню сложности тождественных преобразований); использовать идею координат на плоскости для представления алгебраических объектов (уравнений, неравенств, систем с двумя переменными); использовать свойства функций, входящих в уравнение, для обоснования утверждений о существовании решений и об их количестве; использовать готовые компьютерные программы для поиска пути решения уравнений и неравенств;
- характеризовать поведение функций, в том числе ограниченность, периодичность, наличие локальных максимумов и минимумов; применяя аппарат элементарных функций, строить и исследовать математические модели реальных зависимостей из окружающей жизни и из смежных дисциплин, характеризовать свойства этих зависимостей, исходя из полученных результатов; приводить примеры (из смежных дисциплин), показывающие ограничения в применении математических моделей;
- применять идеи предельного перехода к определению величины бесконечной периодической десятичной дроби, вычислению длины окружности, площади круга, площадей поверхностей и объёмов тел вращения, обоснованию непрерывности элементарных функций;
- пользоваться таблицами производных и интегралов, правилами нахождения производных суммы, произведения и частного, производных сложной и обратной функций; пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций;
- объяснять смысл интеграла как площади под графиком функции, первообразной — как способа нахождения пути по скорости; вычислять площади плоских фигур с помощью интеграла;
- характеризовать процессы и явления, имеющие вероятностный характер, по статистическим данным; оценивать вероятностные характеристики (математическое ожидание, дисперсию) случайных величин по статистическим данным;
- приводить примеры математических задач, для решения которых целесообразно применять геометрический способ задания вероятности; решать простейшие прикладные задачи на геометрические вероятности.

Предметные результаты модуля «Геометрия»

Предметные результаты модуля «Геометрия» на базовом уровне проявляются в знаниях, умениях, компетентностях, характеризующих качество (уровень) овладения обучающимися содержанием учебного предмета:

- использовать язык стереометрии для описания объектов окружающего мира;
- использовать понятийный аппарат и логическую структуру стереометрии;
- приводить примеры реальных объектов, пространственные характеристики которых описываются с помощью геометрических терминов и отношений: параллельности и перпендикулярности, равенства, подобия, симметрии;
- иметь представление о многогранниках и телах вращения; распознавать на чертежах и моделях плоские и пространственные геометрические фигуры, соотносить трёхмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями;
- выполнять геометрические построения;
- объяснять методы параллельного и центрального проектирования;
- строить простейшие сечения геометрических тел;
- исследовать и описывать пространственные объекты, для чего использовать: свойства плоских и пространственных геометрических фигур, методы вычисления их линейных элементов и углов (плоских и двугранных), формулы для вычисления площадей

поверхностей пространственных фигур, формулы для вычисления объёмов многогранников и тел вращения;

- проводить доказательства геометрических теорем; проводить письменные и устные логические обоснования при решении задач на вычисление и доказательство;
- объяснять на примерах суть геометрических методов обоснования решения задач: методом от противного и методом перебора вариантов;
- использовать в отношении геометрических фигур готовые компьютерные программы для построения, проведения экспериментов и наблюдений на плоскости и в пространстве; использовать программы, позволяющие проводить эксперименты и наблюдения динамически (в движении).

На углублённом уровне к перечисленным выше результатам базового уровня добавляются следующие:

- объяснять границы применимости различных геометрических теорий;
- обосновывать методы параллельного и центрального проектирования;
- применять традиционную схему решения задач на построение с помощью циркуля и линейки: анализ, построение, доказательство и исследование;
- применять метод геометрических мест точек и метод подобия при решении задач на построение;
- давать определения, формулировать и доказывать свойства многогранников и тел вращения, анализировать формулировки определений и теорем;
- применять методы решения задач на вычисления и доказательства: метод от противного, метод подобия, метод перебора вариантов и метод геометрических мест точек;
- использовать алгебраический и тригонометрический аппарат и идеи движения при решении геометрических задач;
- использовать отношения равновеликости при вычислениях площадей поверхностей многогранников и тел вращения;
- применять координатный и векторный методы для решения задач на вычисления и доказательства;
- решать сложные задачи на построение, доказательство и вычисления с анализом условия задачи, определением хода решения задачи, выстраиванием логической цепочки рассуждений, соотносением полученного ответа с условием задачи.

Планируемые результаты изучения учебного предмета

Алгебра и начала математического анализа. 10 класс:

Должны знать:

- Числовые и буквенные выражения. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.
- Тригонометрия. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования простейших тригонометрических выражений. Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений. Простейшие тригонометрические неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.
- Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонности, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и

убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

- Производная. Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

Должны уметь (на продуктивном и творческом уровнях освоения):

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- решать рациональные и тригонометрические уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;
- доказывать несложные неравенства;
- вычислять производные элементарных функций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;
- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);
- *владеть компетенциями:* учебно-познавательной, ценностно-ориентационной, рефлексивной, коммуникативной, информационной, социально-трудовой.

Способны использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;
- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических; построения и исследования простейших математических моделей.

Алгебра и начала математического анализа. 11 класс:

Должны знать:

- Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.
- Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .
- Преобразования простейших выражений, включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и операцию логарифмирования.
- Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.
- Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график.
- Показательная функция (экспонента), ее свойства и график.
- Логарифмическая функция, ее свойства и график.
- Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.
- Первообразная. Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона - Лейбница. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.
- Уравнения и неравенства. Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений.
- Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.
- Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.
- Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

Должны уметь (на продуктивном и творческом уровнях освоения):

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства: пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- решать показательные и логарифмические уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;
- вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;
- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные уравнения, их системы;
- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- *владеть компетенциями:* учебно-познавательной, ценностно-ориентационной, рефлексивной, коммуникативной, информационной, социально-трудовой.

Способны использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;
- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических; построения и исследования простейших математических моделей.

Геометрия (10-11 класс)

В результате изучения геометрии на углубленном уровне ученик должен

знать

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания

математического анализа, возникновения и развития геометрии;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

уметь

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

Практикум по математике (10-11 класс)

В результате изучения модуля «Практикум по математике» учащиеся должны

знать:

- основные принципы и методы решения алгебраических уравнений;
- общую схему решения дробно-рациональных уравнений;
- метод интервалов и метод оценки;
- понимать нестандартные формулировки задачи;
- различные методы решения систем уравнений;
- методы решения иррациональных уравнений и неравенств;
- методы решения геометрических задач.

уметь:

- применять различные методы для решения алгебраических уравнений;
- решать дробно-рациональные уравнения;
- применять различные методы для решения дробно-рациональных неравенств;
- решать нестандартные по формулировке алгебраические задачи;
- решать системы уравнений различной сложности;
- решать иррациональные уравнения и неравенства различной степени сложности;
- строить сечения многогранников, расстояний между геометрическими объектами, углы;

- применять различные методы для решения геометрических задач.

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- построения и исследования алгебраических моделей для решения реальных жизненных задач;
- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

2. Содержание учебного предмета

Содержание учебного модуля «Алгебра и начала математического анализа»

Алгебра

В учебный раздел «Алгебра» включены две темы: «Многочлены» и «Комплексные числа». Основное назначение этих тем связано с повышением общей математической подготовки обучающихся, освоением простых и эффективных приёмов решения алгебраических задач.

Тема 1. Многочлены

Тема «Многочлены» в старшей школе завершает содержательно-методическую линию основной школы «Выражения и их преобразования».

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся систему знаний о свойствах многочленов с целыми коэффициентами: наличие рациональных корней, делимость многочлена на многочлен, разложимость многочлена на множители; <i>Организовать</i> учебную деятельность, направленную на закрепление и развитие навыков тождественных преобразований, полученных в основной школе, на освоение приёмов нахождения рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами и точного и приближённого решения целых алгебраических уравнений; <i>Спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	Многочлены от одной переменной. Число корней многочлена. Кратные корни. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Дополнительные теоремы о целых и рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами. Разложение многочлена с целыми коэффициентами на множители меньшей степени. Применение теории многочленов к решению алгебраических уравнений
Виды деятельности обучающихся	Формулирование и доказательство теоремы о рациональных корнях многочленов. Оценка числа корней целого алгебраического уравнения. Нахождение кратности корней многочлена. Деление многочлена на многочлен (уголком или по схеме

	Горнера), нахождение частного и остатка. Использование теоремы о делении многочленов с остатком для выделения целой части алгебраической дроби. Применение различных приёмов решения целых алгебраических уравнений: • подбор целых корней; отщепление корня; • разложение на множители (включая метод неопределённых коэффициентов); понижение степени; подстановка (замена переменной). Нахождение числовых промежутков, содержащих корни алгебраических уравнений. Применение сочетания точных и приближённых методов для решения вопросов о числе корней уравнения (на отрезке)
--	--

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Бином Ньютона и формула Тейлора. Различные способы доказательства бинома Ньютона (комбинаторное, индуктивное, с использованием схемы Горнера). Треугольник Паскаля. Использование схемы Горнера (расширенная схема Горнера) для получения формулы Тейлора. Решение задач с использованием бинома Ньютона и формулы Тейлора.
2. Возвратные уравнения. Уравнения, сводящиеся к квадратным и кубическим с помощью разнообразных замен переменных. Подстановки типа и возвратные уравнения. Решение задач.
3. Дополнительные теоремы о целых и рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами и их применение к нахождению целых и рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами. Доказательство иррациональности некоторых чисел.
4. Формулы Виета для многочленов произвольной степени. Элементарные симметрические многочлены. Связь между корнями многочлена и его коэффициентами. Применение формул Виета для вычисления значений симметрических многочленов от корней многочлена.
5. Симметрические многочлены. Лексикографический порядок. Построение многочлена от элементарных симметрических, имеющего данный высший член. Основная теорема о симметрических многочленах. Применения основной теоремы к алгебраическим числам.
6. Факторизация. Сравнения по данному модулю (в качестве модуля может быть взято либо целое число, либо многочлен). Свойства сравнений. Классы вычетов (элементов по заданному модулю) и их свойства. Построение полей комплексных чисел и конечных полей с использованием классов вычетов.

Тема 2. Комплексные числа

Тема «Комплексные числа» завершает основную содержательную линию курса школьной математики «Числа»

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о комплексных числах и их свойствах; <i>Организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение различных форм записи комплексных чисел, правил действий с комплексными числами, особенностей решения алгебраических уравнений в поле комплексных чисел; <i>Спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики
--------	--

	или смежных учебных предметов
Содержание	Мотивировка введения комплексных чисел, особенности множества комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Комплексная плоскость. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Показательная форма комплексных чисел. Формула Эйлера. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряжённые числа. Свойства комплексно сопряжённых чисел. Возведение в натуральную степень (формула Муавра), извлечение корня натуральной степени. Применение комплексных чисел. Основная теорема алгебры (без доказательства)
Виды деятельности обучающихся	Применение различных форм записи комплексных чисел: алгебраической, тригонометрической и показательной. Выполнение действий над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в натуральную степень, извлечение корня натуральной степени с выбором подходящей формы записи комплексных чисел. Выполнение перехода от алгебраической записи комплексного числа к тригонометрической и к показательной, от тригонометрической и показательной формы — к алгебраической. Доказательство свойств комплексно сопряжённых чисел. Изображение комплексных чисел точками на комплексной плоскости. Интерпретация на комплексной плоскости арифметических действий с комплексными числами. Формулирование основной теоремы алгебры. Вывод простейших следствий из основной теоремы алгебры. Нахождение многочлена наименьшей степени, имеющего заданные корни. Нахождение многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющего заданные корни. Нахождение корней квадратных уравнений с действительными коэффициентами. Разложение многочленов с действительными коэффициентами на линейные множители и на неразложимые множители с действительными коэффициентами

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Алгебраические числа. Понятия алгебраического и трансцендентного чисел. Минимальный многочлен алгебраического числа и его свойства. Степень алгебраического числа. Поле алгебраических чисел.
2. Комплексные корни из единицы. Алгебраическая и геометрическая характеристики корней из единицы. Первообразные корни. Функция Эйлера и её свойства.
3. Формулы Кардано. Кубические корни из единицы. Метод Кардано решения кубического уравнения. Решение уравнений степени 3 и 4.
4. Комплексные числа и многочлены. Основная теорема алгебры (без доказательства). Делимость многочленов, основанная на наличии комплексных корней. Построение различных (изоморфных) моделей поля комплексных чисел.
5. Комплексные числа и тригонометрия. Доказательство тригонометрических тождеств и нахождение значений тригонометрических выражений с использованием формулы Эйлера.

6. Расширения полей. Присоединение корня к числовому полю. Теорема о строении простого алгебраического расширения. Понятие о башне расширений и степени расширения. Конечные поля.

Математический анализ

Учебный раздел «Математический анализ» представлен тремя основными темами: «Элементарные функции», «Производная» и «Интеграл». Содержание этого раздела нацелено на получение школьниками конкретных знаний о функции как важнейшей модели описания и исследования разнообразных реальных процессов.

Тема 1. Элементарные функции

Тема «Элементарные функции», посвященная изучению степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций, продолжает линию знакомства учащихся с основными элементарными функциями.

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся систему знаний о степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функциях и их свойствах; <i>Организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение тождественных преобразований и методов решения степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств, а также на формирование геометрических представлений, с помощью которых можно дать наглядные объяснения сущности стандартных и эвристических приёмов решения соответствующих математических задач; <i>Спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	Основные свойства функций. Ограниченность, монотонность, чётность и нечётность, периодичность. Точки максимума и минимума. Понятие о непрерывности функции. Промежутки знакопостоянства непрерывной функции. Метод интервалов. Композиция функций. Понятие обратной функции. Преобразования графиков функций: параллельный перенос, растяжение/сжатие вдоль осей координат, отражение от осей координат, от начала координат, графики функций с модулями. Многочлен, график многочлена. Представление об интерполяции. Корень целой степени. Степень с дробным и иррациональным показателями. Действия со степенями. Мотивировка введения логарифмов. Понятие логарифма. Действия с логарифмами. Число e. Преобразование выражений, содержащих радикалы, степени и логарифмы. Степенная функция с целым, дробным и иррациональным показателями, её свойства и график. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Решение уравнений и неравенств, содержащих степенную, логарифмическую и показательную функции. Определение тригонометрических функций. Свойства тригонометрических функций: чётность/нечётность, периодичность. Графики тригонометрических функций. Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения. Формулы сложения, кратного угла. Формулы преобразования суммы в произведение. Формула вспомогательного аргумента.

	Преобразование выражений, содержащих тригонометрические функции. Аркфункции и их графики. Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы
Виды деятельности обучающихся	Описание свойств функций (монотонность, ограниченность, наличие точек максимума и минимума, значения максимумов и минимумов, чётность, нечётность, периодичность) по графикам функций. Приведение примеров функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих данными свойствами (например, ограниченностью). Анализ поведения функций на различных участках области определения, сравнение скоростей возрастания (убывания) функций. Формулирование определений перечисленных свойств. Формулирование и доказательство свойств корней, степеней, логарифмов, тригонометрических функций. Преобразования иррациональных, степенных, логарифмических и тригонометрических выражений. Решение иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и их систем. Решение текстовых задач, решение практических расчётных задач из окружающего мира, включая вопросы социально-экономического характера, и из смежных дисциплин. Построение графиков элементарных функций, в том числе с помощью графопостроителя (при наличии), изучение свойств элементарных функций по их графикам, выдвижение гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих элементарные функции, проверка гипотезы. Преобразования графиков элементарных функций: сдвиги вдоль координатных осей, сжатие и растяжение, отражение относительно осей, построение графиков с модулями, построение графика обратной функции

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Кубические многочлены. Исследование кубического многочлена без использования производной и с помощью производной. График кубического многочлена. Нахождение обратной функции.
2. Графики функций, содержащих модули. Построение графиков функций с модулями. Применение графиков к решению соответствующих уравнений и неравенств (взамен метода интервалов).
3. Уравнения и неравенства с модулями и параметрами. Понятие о плоском методе интервалов и его применение к решению уравнений и неравенств с модулями и параметрами.
4. Кусочно-линейные функции. Представление кусочно-линейных функций в виде аналитических выражений с модулями. Применение кусочно-линейных функций при решении задач с модулями.
5. Тригонометрические уравнения. Различные типы тригонометрических уравнений и методы их решения.
6. Обратные тригонометрические функции. Основные соотношения между аркусами. Решение уравнений, содержащих аркусы.

Тема 2. Производная

Тема «Производная» содержит традиционно трудные вопросы для школьников, даже для тех, кто выбрал изучение математики на углубленном уровне. Поэтому её изложение предполагает опору на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся более чем на

строгие определения. Тем не менее, знакомство с этим материалом даёт учащимся представление об общих идеях и методах математической науки.

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о производной как основном понятии математического анализа, о первоначальных теоремах математического анализа; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение методов исследования функций с помощью производной и построения их графиков, на применение аппарата математического анализа в геометрии и физике, а также для доказательства ряда фактов, известных обучающимся из основной школы; <i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	Понятие предела последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Понятие о пределе функции в точке. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Теоремы о пределах. Поведение функции на бесконечности. Асимптоты. Приращение аргумента, приращение функции. Понятие о производной функции в точке. Геометрический и физический смысл производной. Производные функций: $y = x^a$, где $a \in \mathbb{R}$; $y = a^x$; $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \log_a x$. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного. Метод математической индукции. Производная функции $y = f(g(x))$. Производная обратной функции. Вторая производная и её физический смысл. Исследование функции с помощью производной. Достаточные условия возрастания (убывания) функции. Необходимые условия точек максимума и минимума. Достаточные условия максимума и минимума. Правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции. Использование производной при исследовании функций, построении графиков. Использование свойств функций при решении задач, в том числе физических и геометрических. Решение задач на экстремум, наибольшие и наименьшие значения
Виды деятельности обучающихся	Объяснение и иллюстрация понятия предела последовательности. Приведение примеров последовательностей, имеющих предел и не имеющих предела. Использование теоремы о пределе монотонной ограниченной последовательности. Нахождение суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Перевод бесконечной периодической дроби в обыкновенную дробь. Вывод формулы длины окружности и площади круга. Вычисление пределов

	последовательностей. Объяснение и иллюстрация понятия предела функции в точке. Приведение примеров функций, не имеющих предела в некоторой точке. Вычисление пределов функций. Анализ поведения функций при $x \rightarrow +\infty$, при $x \rightarrow -\infty$. Нахождение асимптот. Вычисление приращения функции в точке. Составление и исследование разностного отношения Δy, выводы о стремлении разностного отношения при $\Delta x \rightarrow 0$. Нахождение предела разностного отношения. Вычисление значения производной функции в точке (по определению). Нахождение углового коэффициента касательной к графику функции в точке с заданной абсциссой x_0. Составление записи уравнения касательной к графику функции, заданной в точке. Нахождение мгновенной скорости изменения функции. Анализ поведения функции на различных участках области определения, сравнение скоростей возрастания (убывания) функции. Нахождение производных элементарных функций. Вывод и использование правил вычисления производной. Нахождение производных суммы и произведения двух функций, их частного. Нахождение производной сложной функции. Нахождение производной обратной функции. Доказательство формулы дифференцирования произведения n ($n > 2$) функций методом математической индукции. Нахождение второй производной и ускорения процесса, заданного формулой. Нахождение промежутков возрастания и убывания функции. Доказательство, что заданная функция возрастает (убывает) на указанном промежутке. Нахождение точки минимума и максимума функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Исследование функции с помощью производной и построение её графика. Применение производной при решении текстовых, геометрических, физических и других задач
--	--

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Элементы теории пределов. Понятие предела числовой последовательности. Арифметические свойства пределов. Аксиома непрерывности. Точная верхняя грань числового множества. Теоремы Кантора и Вейерштрасса. Число Эйлера (основание натуральных логарифмов).
2. Выпуклые функции. Понятие выпуклой функции; достаточное условие выпуклости. Применение выпуклых функций для сравнения основных средних (среднее арифметическое, среднее геометрическое, среднее гармоническое, среднее квадратичное).
3. Средние величины. Различные способы доказательства соотношений между средними величинами. Использование средних величин при решении задач.
4. Нестандартное применение производной. Решение задач, в которых применение производной носит эвристический, а не алгоритмический характер.
5. Задачи на максимум и минимум. Алгебраические, тригонометрические, геометрические и аналитические задачи на экстремум.

6. Формула Тейлора. Понятие о разложении функции в ряд Тейлора и применение разложений при вычислении приближённых значений аналитических выражений.

Тема 3. Интеграл

Тема «Интеграл» расширяет представления обучающихся об общих идеях и методах математической науки. Изложение учебного материала предполагает опору на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся. Строгие определения и доказательства не предусмотрены.

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление об интеграле как основном понятии математического анализа; <i>Организовать</i> учебную деятельность, направленную на ознакомление с методами вычисления площадей и объёмов с помощью интеграла, на применение аппарата математического анализа в геометрии и физике, а также для доказательства ряда фактов, известных обучающимся из основной школы; <i>Спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	Площадь криволинейной трапеции. Понятие об интеграле как площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Первообразная. Таблица первообразных. Правила нахождения первообразных. Приложения определённого интеграла
Виды деятельности обучающихся	Вычисление площади криволинейной трапеции. Нахождение приближённых значений интегралов. Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью интеграла. Нахождение первообразных элементарных функций, первообразных: $f(x) + g(x)$, $kf(x)$ и $f(kx+b)$. Применение интеграла к выводу формул площадей поверхности и объёмов круглых тел

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Полярные координаты. Длина окружности и площадь круга. Использование полярных координат при нахождении длин кривых (длина дуги) и площадей областей, ограниченных кривыми (площадь сектора). Решение задач.
2. Объём тела вращения. Нахождение объёмов различных тел вращения (цилиндр, конус, шар).
3. Признаки сходимости числовых рядов. Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Понятие о числовом ряде. Расходимость гармонического ряда. Признак Даламбера и интегральный признак. Сравнение числовых рядов.
4. Замена переменной при вычислении интегралов. Применение различных подстановок при вычислении интегралов.
5. Интегрирование по частям. Вычисление различных интегралов указанным методом.
6. Несобственные интегралы. Понятие о несобственном интеграле. Вычисление несобственных интегралов. Нахождение площадей неограниченных областей.

Вероятность и статистика.

Учебный раздел «Вероятность и статистика» направлен на формирование у обучающихся функциональной грамотности — умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей.

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся систему знаний об основных математических моделях теории вероятностей; <i>Организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение математических методов, позволяющих измерять и сравнивать вероятности различных событий, делать выводы и прогнозы; <i>Спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	Выборки, сочетания. Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля и его свойства. Определение и примеры испытаний Бернулли. Формула для вероятности числа успехов в серии испытаний Бернулли. Математическое ожидание и дисперсия числа успехов в испытании Бернулли. Основные примеры случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия случайной величины. Независимые случайные величины и события. Представление о законе больших чисел для последовательности независимых испытаний. Естественнаучные применения закона больших чисел. Оценка вероятностных характеристик (математического ожидания, дисперсии) случайных величин по статистическим данным. Представление о геометрической вероятности. Решение простейших прикладных задач на геометрические вероятности
Виды деятельности обучающихся	Оперирование формулами для числа упорядочений набора из N элементов, упорядоченных и неупорядоченных выборок p элементов из N, числа пар сочетаний в множестве из $2N$ элементов. Доказательство формулы бинома Ньютона и основных комбинаторных соотношений на биномиальные коэффициенты. Использование треугольника Паскаля для решения задач о биномиальных коэффициентах. Вычисление вероятности получения k успехов в испытаниях Бернулли с (вообще говоря, неравными) параметрами p, q, нахождение математического ожидания и дисперсии числа успехов. Приведение примеров случайных величин (числа успехов в серии испытаний, числа попыток при угадывании, размеров выигрыша/прибыли в зависимости от случайных обстоятельств и т. п.). Нахождение математического ожидания и дисперсии случайной величины в случае конечного числа исходов. Установление независимости случайных величин. Выдвижение обоснованных предположений о независимости случайных величин на основании статистических данных. Объяснение закона больших чисел для последовательности независимых случайных величин; в частности, представление о порядке типичного отклонения от среднего значения в зависимости от числа испытаний. Описание простейших естественнонаучных приложений закона больших чисел, в том числе законов Менделя. Вычисление вероятности попадания случайной точки фигуры в некоторую её часть при равномерном распределении вероятностей. Вычисление вероятности получения фигуры/конфигурации с данными свойствами при случайном выборе параметров-

1. Перестановки, сочетания и размещения с повторениями. Основные формулы. Решение комбинаторных задач как с применением указанных понятий, так и без их применения.
2. Геометрические вероятности. Решение задач на нахождение геометрических вероятностей.
3. Принцип включения и исключения. Доказательство принципа и решение задач с его использованием.
4. Производящие функции, действия над ними. Понятие формального степенного ряда. Применение производящих функций к решению комбинаторных задач и теоретико-вероятностных задач.
5. Средние величины, моменты. Понятия математического ожидания, дисперсии, моментов порядка 3 и 4. Решение задач на нахождение средних величин.
6. Непрерывные распределения. Простейшие непрерывные распределения (равномерное, показательное, нормальное) и нахождение их числовых характеристик (математического ожидания, дисперсии).

Содержание учебного модуля «Геометрия»

Содержание программы по геометрии на углублённом уровне представлено в виде семи разделов: «Дополнительные главы планиметрии»; «Аксиоматика»; «Прямые и плоскости в пространстве»; «Геометрические тела»; «Преобразования пространства»; «Измерение геометрических величин»; «Координаты и векторы в пространстве».

Дополнительные главы планиметрии

Раздел «Дополнительные главы планиметрии» призван систематизировать знания учащихся по планиметрии и расширить круг методов решения геометрических задач.

Задачи	<i>Расширить</i> представления обучающихся о задачах на построение и методах их решения; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на вычисление линейных элементов и площадей треугольников, в том числе с применением тригонометрии; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, логическое мышление и способность к восприятию новых научных фактов
Содержание	Свойство биссектрисы треугольника. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей треугольника. Формулы площади треугольника. Формула Герона. Теорема Чевы и теорема Менелая. Выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей. Углы, связанные с окружностью: угол с вершиной внутри круга, угол с вершиной вне круга, угол между хордой и касательной. Теоремы об измерении углов, связанных с окружностью. Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема об отрезках касательной и секущей. Построения с помощью циркуля и линейки. Неразрешимость классических задач на построение
Виды деятельности обучающихся	<i>Выведение</i> и применение при решении задач формул длин биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей треугольника. <i>Решение</i> именных задач на доказательство: «теорема Чевы», «теорема Менелая». Применение теорем Чевы и Менелая при решении задач.

	<i>Применение</i> формул, выражающих площадь треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей, при решении задач. <i>Объяснение</i> методов решения задач на построение. Применение различных методов решения задач на построение. Решение задач на построение, доказательство и вычисления с анализом условия задачи, определением хода решения задачи, выстраиванием логической цепочки рассуждений, соотношением полученного ответа с условием задачи
--	---

Рекомендуемая тематика практических работ

1. Задачи на построение. Неразрешимость классических задач на построение.
2. Геометрические места точек. Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.
3. Замечательные точки в треугольнике.

Аксиоматика

Раздел «Аксиоматика» состоит из двух тем: «Основные понятия стереометрии» и «Аксиоматическое построение теорий». Его изучение направлено на формирование представлений о логической структуре математических теорий, о соотношении теории с реально наблюдаемыми фактами и о границах применимости теории. Рассмотрение этих вопросов в школьной геометрии позволяет существенно расширить математический кругозор обучающихся.

Тема 1. Основные понятия стереометрии

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представления о понятийном аппарате и логической структуре стереометрии; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение основных способов задания прямых и плоскостей; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, логическое мышление и способность к восприятию новых научных фактов
Содержание	Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Способы задания прямых и плоскостей. Аксиомы стереометрии
Виды деятельности обучающихся	Перечисление и комментирование основных понятий планиметрии и стереометрии. Приведение примеров реальных объектов, которые использованы для идеализации. Формулирование и иллюстрация аксиом планиметрии и стереометрии. Перечисление и иллюстрация способов задания прямых и плоскостей в пространстве. Применение аксиом стереометрии для доказательства свойств прямых и плоскостей в пространстве. Решение задач на доказательство

Тема 2. Аксиоматическое построение теорий

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представления о понятийном аппарате и логической структуре геометрических теорий; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на обсуждение и сравнение различных геометрических теорий; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, логическое мышление и способность к восприятию новых научных фактов
--------	---

Содержание	Основные понятия и аксиомы геометрии. Аксиоматическое построение геометрии. Евклидова и неевклидовы геометрии. Сферическая геометрия. Геометрия Лобачевского
Виды деятельности обучающихся	Объяснение, как устроены аксиоматические теории. Объяснение происхождения, особенностей, границ применимости геометрических систем аксиом: евклидовой геометрии, сферической геометрии, геометрии Лобачевского. Приведение примеров утверждений, верных в геометрической системе Евклида и неверных в неевклидовых геометриях. Анализ аналогов математических теорем в различных геометрических системах (на примерах теоремы Пифагора, теоремы о сумме углов треугольника, теоремы о длине окружности)

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. История создания геометрии Лобачевского.
2. История создания сферической геометрии.
3. Сферическая геометрия и астрономия.

Прямые и плоскости в пространстве

Раздел «Прямые и плоскости в пространстве» направлен на развитие у обучающихся пространственных представлений и изобразительных умений. Важное место отводится доказательствам математических утверждений. В этот модуль включены четыре темы: «Взаимное расположение прямых в пространстве», «Взаимное расположение прямой и плоскости», «Взаимное расположение плоскостей», «Изображение пространственных фигур».

Тема 1. Взаимное расположение прямых в пространстве

Задачи	<i>Сформировать</i> понятия скрещивающихся прямых, угла между прямыми в пространстве, расстояния от точки до прямой, расстояния между параллельными прямыми, расстояния между скрещивающимися прямыми; <i>расширить</i> понятие перпендикулярности прямых; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения прямых в пространстве; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признак скрещивающихся прямых. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Расстояния от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми
Виды деятельности обучающихся	Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения прямых в пространстве. Формулирование определений пересекающихся, параллельных, перпендикулярных и скрещивающихся прямых в пространстве. Формулирование и доказательство теорем о взаимном расположении прямых. Анализ структуры доказательных рассуждений. Формулирование определений углов между пересекающимися, параллельными, перпендикулярными и скрещивающимися прямыми в пространстве.

	Решение задач на доказательство с использованием определений и свойств параллельности и перпендикулярности прямых. Объяснение того, как определяются расстояния: от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми. Нахождение углов между прямыми в пространстве. Нахождение расстояний: от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми
--	---

Тема 2. Взаимное расположение прямой и плоскости

Задачи	<i>Расширить</i> знания обучающихся о параллельности и перпендикулярности, о понятии расстояния; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения прямой и плоскости; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости. Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трёх перпендикулярах. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от прямой до параллельной ей плоскости
Виды деятельности обучающихся	Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения прямой и плоскости. Формулирование определений параллельных прямой и плоскости и перпендикулярных прямой и плоскости. Формулирование и доказательство признаков параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Анализ структуры доказательных рассуждений. Объяснение, что называется углом между прямой и плоскостью. Изображение угла между прямой и плоскостью. Формулирование и доказательство теоремы о свойствах перпендикулярных прямой и плоскости. Формулирование определений перпендикуляра и наклонной. Формулирование и доказательство теоремы о трёх перпендикулярах. Решение задач на доказательство с использованием определений и свойств параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Объяснение, как определяются расстояние от точки до плоскости и расстояние от прямой до параллельной ей плоскости. Нахождение угла между прямой и плоскостью. Нахождение расстояний: от точки до плоскости, от прямой до параллельной ей плоскости

Тема 3. Взаимное расположение плоскостей

Задачи	<i>Расширить</i> и обобщить знания обучающихся о параллельности и перпендикулярности, о понятии расстояния; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения плоскостей; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
--------	---

Содержание	Параллельность и перпендикулярность плоскостей. Признаки и свойства параллельности и перпендикулярности плоскостей. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Расстояние между параллельными плоскостями
Виды деятельности обучающихся	Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения плоскостей. Формулирование определений параллельных и перпендикулярных плоскостей. Формулирование и доказательство признаков параллельности и перпендикулярности плоскостей. Анализ структуры доказательных рассуждений. Решение задач на доказательство с использованием определений и свойств параллельности и перпендикулярности плоскостей. Объяснение, что называется двугранным углом между плоскостями, линейным углом двугранного угла. Объяснение того, как находится расстояние между параллельными плоскостями. Нахождение линейных углов двугранного угла. Нахождение расстояния между параллельными плоскостями

Тема 4. Изображение пространственных фигур

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных способах изображения пространственных фигур; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение приёмов параллельного и центрального проектирования; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач
Содержание	Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования. Ортогональная проекция. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Центральное проектирование (перспектива). Изображение пространственных фигур
Виды деятельности обучающихся	Объяснение правил параллельного проектирования, ортогонального проектирования и центрального проектирования. Сопровождение объяснений иллюстрациями. Объяснение различия в изображениях пространственных фигур, полученных с помощью параллельного проектирования и центрального проектирования. Формулирование и доказательство свойств параллельного проектирования. Распознавание перспективы в изображениях реальных объектов. Формулирование и доказательство теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника. Решение задач на построение проекций при параллельном проектировании и ортогональном проектировании. Изображение в параллельной проекции основных геометрических тел и их элементов

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Основные фигуры двумерного и трёхмерного пространств. Их свойства.
2. Геометрия и инженерная графика.
3. Геометрия и изобразительное искусство.

Геометрические тела

В разделе «Геометрические тела» включены четыре темы: «Многогранник», «Призма», «Пирамида» и «Круглые тела». Основное назначение этих тем связано с развитием пространственного воображения и изобразительных умений обучающихся, освоением геометрической терминологии, развитием логического мышления и речи, приобретением опыта использования информационных технологий для решения математических задач (при наличии соответствующих возможностей у образовательного учреждения).

Тема 1. Многогранник

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представления об основных видах многогранников и их элементах; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на овладение приёмами построения сечений многогранников; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	Многогранник и его элементы: вершины, рёбра, грани. Поверхность многогранника. Развёртка. Многогранные углы. Выпуклые и невыпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Правильные многогранники (тела Платона): тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр и додекаэдр. Полуправильные многогранники (тела Архимеда). Сечения многогранников
Виды деятельности обучающихся	Распознавание на моделях и чертежах многогранников, выпуклых и невыпуклых многогранников. Изображение многогранников в параллельной проекции. Демонстрация на моделях и чертежах элементов многогранников. Объяснение, какие многогранники называют правильными, какие полуправильными. Проведение геометрического обоснования их существования. Распознавание на моделях и чертежах правильных и полуправильных многогранников. Объяснение, как из теоремы Эйлера вытекает невозможность существования иных правильных многогранников, кроме тетраэдра, куба, октаэдра, додекаэдра и икосаэдра. Объяснение, какие углы называют многогранными. Распознавание на моделях и чертежах и изображение многогранных углов. Определение трёхгранного угла как частного случая многогранного угла. Решение задач на построение сечений многогранников. Использование компьютерных программ для изображения многогранников и иллюстрации их свойств (при наличии)

Тема 2. Призма

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о призмах; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств призмы; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	Куб и параллелепипед. Свойства граней и диагоналей параллелепипеда. Свойство диагоналей прямоугольного параллелепипеда.

	Симметрии параллелепипедов. Призма и её элементы: основания, боковые рёбра, высота, диагональ, боковая поверхность. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Изображение призмы. Построение сечений куба, параллелепипеда и призмы
Виды деятельности обучающихся	Распознавание на моделях и чертежах и изображение куба, параллелепипедов, призм. Демонстрация на моделях и чертежах элементов призмы. Объяснение, какие призмы называют прямыми и наклонными и какие призмы называют правильными. Формулирование и доказательство теоремы о свойствах прямой призмы. Формулирование и доказательство теоремы о свойствах граней и диагоналей параллелепипеда. Формулирование и доказательство теоремы о свойстве диагоналей прямоугольного параллелепипеда. Формулирование и доказательство теоремы о боковой поверхности прямой и наклонной призм. Решение задач на доказательство и вычисления с применением свойств призмы и её частных случаев. Решение задач на построение сечений куба, параллелепипедов, призм

Тема 3. Пирамида

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о пирамидах; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств пирамиды; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	Пирамида. Вершина, основание, боковые рёбра, высота, апофема, боковая поверхность. Правильная пирамида. Ось правильной пирамиды. Усечённая пирамида. Изображение пирамиды. Сечения пирамиды
Виды деятельности обучающихся	Распознавание на моделях и чертежах и изображение пирамиды. Демонстрация на моделях и чертежах элементов пирамиды. Объяснение, какие пирамиды называют прямыми и какие наклонными. Объяснение, какие пирамиды называют правильными пирамидами, тетраэдрами. Объяснение, что такое ось правильной пирамиды. Объяснение, какие пирамиды называют усечёнными. Решение задач на доказательство, на вычисление элементов пирамиды, вычисление боковой и полной поверхностей пирамиды. Решение задач на построение сечений пирамиды. Построение изображений пирамиды, тетраэдра

Тема 4. Круглые тела

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о цилиндре, конусе и шаре как телах вращения; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств тел вращения; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
--------	--

Содержание	Тела вращения. Понятие о телах вращения. Ось вращения. Понятие о цилиндрической и конической поверхностях. Цилиндр. Основания, образующая, высота, ось, боковая поверхность, развёртка цилиндра. Изображение цилиндра. Сечения прямого цилиндра плоскостями, параллельными его основанию или оси. Прямая призма, вписанная в цилиндр, и прямая призма, описанная около цилиндра. Симметрии цилиндра. Конус. Вершина, основание, образующая, ось, высота, боковая поверхность, радиус основания, развёртка конуса. Изображение конуса. Сечения прямого конуса плоскостями, параллельными его основанию или проходящими через его вершину. Касательная плоскость к конусу. Пирамида, вписанная в конус, и пирамида, описанная около конуса. Развёртка боковой поверхности конуса. Усечённый конус. Симметрии конуса. Шар, сфера. Центр, радиус, диаметр шара (сферы). Изображение шара. Сечения шара (сферы) плоскостями. Касание шара (сферы) прямой и плоскостью. Касание сфер. Вписанные и описанные сферы. Симметрии шара
Виды деятельности обучающихся	Объяснение, какие геометрические фигуры в пространстве называют телами вращения и что такое ось вращения. Объяснение, какую поверхность вращения называют цилиндрической и какую конической. Распознавание на моделях и чертежах цилиндра и его изображение. Демонстрация на моделях и чертежах элементов цилиндра. Формулирование и доказательство теоремы о свойствах цилиндра. Объяснение, какие фигуры возникают при пересечении цилиндра плоскостями, параллельными его основанию или оси. Формулирование определения касательной плоскости к цилиндру. Изображение касательной плоскости к цилиндру. Формулирование и доказательство теоремы о развёртке цилиндра. Решение задач на доказательство и вычисления с применением свойств цилиндра. Распознавание на моделях и чертежах конуса и его изображение. Указывание на моделях и чертежах элементов конуса. Объяснение, какие фигуры возникают при пересечении конуса плоскостями, параллельными его основанию или проходящими через его вершину. Формулирование определения касательной плоскости к конусу. Изображение касательной плоскости к конусу. Формулирование и доказательство теоремы о развёртке конуса. Решение задач на доказательство, на вычисление элементов конуса. Распознавание на моделях и чертежах шара и его изображение. Указывание на моделях и чертежах элементов шара. Объяснение, какие фигуры возникают при пересечении шара плоскостью. Формулирование определения касательной прямой и касательной плоскости к шару (сфере). Изображение касательных прямых и касательных плоскостей к шару (сфере). Объяснение, какие сферы называют касательными. Формулирование определений вписанных и описанных сфер. Решение задач на доказательство, на вычисление элементов шара. Приведение примеров изображений многогранников, вписанных в сферу и описанных около сферы. Решение задач на вписанные и описанные сферы, конусы, цилиндры

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Геометрия правильного тетраэдра.
2. Цилиндрические и конические сечения.
3. Геометрия кристаллических структур.

Преобразования пространства

Раздел «Преобразования пространства» завершает содержательную линию основной школы, начатую геометрическими преобразованиями на плоскости. Он знакомит обучающихся с примерами геометрических преобразований в пространстве.

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представления об основных видах преобразования пространства; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на приобретение навыков построения образов точек, отрезков, треугольников при симметриях, параллельном переносе; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	Движение пространства. Виды движений в пространстве. Параллельный перенос, симметрия (центральная, осевая, зеркальная). Понятие о равенстве фигур в пространстве. Понятие о подобии фигур в пространстве. Элементы симметрии многогранников и круглых тел. Примеры симметрии в окружающем мире
Виды деятельности обучающихся	Объяснение, что называется движением пространства, и перечисление его свойств. Объяснение понятия равенства фигур. Приведение примеров равных пространственных фигур. Объяснение понятия параллельного переноса. Приведение примеров пространственных фигур, полученных параллельным переносом. Формулирование и доказательство свойств параллельного переноса. Объяснение и иллюстрирование понятий центральной, осевой, зеркальной симметрии. Построение симметричных пространственных фигур. Объяснение, какие пространственные фигуры называют подобными. Приведение примеров подобных пространственных фигур

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Геометрическая оптика. Устройство оптических систем и приборов.

Измерение геометрических величин

Раздел «Измерение геометрических величин» завершает содержательную линию основной школы, начатую измерением геометрических величин на плоскости. Его изучение нацелено преимущественно на решение вычислительных задач: нахождение объёмов многогранников и тел вращения, площадей их поверхностей.

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о методах вывода формул площади поверхности цилиндра, конуса, сферы; объёма куба, прямоугольного параллелепипеда, параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на приобретение навыков вычисления объёмов геометрических тел и площадей их поверхностей; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	Объём и его свойства. Формулы объёма параллелепипеда, призмы, пирамиды.

	Формулы объёма цилиндра, конуса, шара. Отношение объёмов подобных тел. Площадь поверхности многогранника. Теорема о боковой поверхности прямой и наклонной призм. Теорема о боковой поверхности пирамиды. Формулы площади поверхности цилиндра, конуса, шара
Виды деятельности обучающихся	Объяснение, что называется площадью поверхности геометрического тела. Определение площади поверхности многогранника как суммы площадей его граней. Выведение формул площади поверхности цилиндра, конуса, сферы. Анализ структуры доказательных рассуждений. Объяснение, что называется объёмом геометрического тела. Формулирование и доказательство теоремы об отношении объёмов подобных тел. Выведение формул объёма прямоугольного параллелепипеда, произвольного параллелепипеда, призмы, пирамиды. Выведение формул объёма цилиндра, конуса и шара. Анализ структуры доказательных рассуждений. Решение задач на вычисления и доказательство с применением свойств площади, свойств объёма, формул площадей и объёмов геометрических тел

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Точные и приближённые методы нахождения геометрических величин (площадей, объёмов).
2. Применение в геометрии методов математического анализа.

Координаты и векторы в пространстве

Раздел «Координаты и векторы в пространстве» обобщает и систематизирует изученный в основной школе материал о векторах и декартовых координатах на плоскости.

Задачи	<i>Сформировать</i> у обучающихся умение выполнять операции над векторами, заданными в геометрической и координатной форме; <i>расширить</i> и углубить представления о координатном методе на примерах решения задач на нахождение координат середины отрезка, вычисление длины вектора, расстояния между двумя точками; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на использование алгебраического аппарата при решении геометрических задач; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	Декартовы координаты в пространстве. Координаты середины отрезка. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы. Разложение вектора по трём некопланарным векторам. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов
Виды	Объяснение и иллюстрация понятия декартовой системы координат в

деятельности обучающихся	пространстве. Выведение и иллюстрация применений формул: координат середины отрезка, деления отрезка в данном отношении, расстояния между двумя точками, расстояния от точки до плоскости, уравнений сферы и плоскости. Решение задач на вычисления и доказательство с использованием изученных формул. Решение задач на геометрические места точек. Вычисление длины и координат вектора. Установление и обоснование равенства векторов. Выполнение операций сложения векторов и умножения вектора на число. Нахождение скалярного произведения векторов, нахождение угла между векторами и установление перпендикулярности векторов. Решение задач на вычисление с применением векторов
--------------------------	--

Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Полярные координаты. Уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
2. Координатный и векторный методы решения задач.

Содержание учебного модуля «Практикум по математике»

Начальные сведения для решения уравнений и неравенств

Действительные числа. Комплексные числа. Множества. Алгебраические многочлены.

Решение рациональных уравнений и неравенств

Рациональные уравнения. Системы рациональных уравнений. Рациональные неравенства. Уравнения и неравенства, содержащие абсолютную величину. Рациональные алгебраические уравнения с параметрами. Рациональные алгебраические неравенства с параметрами. Уравнения и неравенства на ограниченном множестве.

Основные задачи тригонометрии

Основные понятия. Основные тригонометрические формулы. Тригонометрические функции и их свойства. Свойства обратных тригонометрических функций. Тригонометрические уравнения. Тригонометрические неравенства.

Производная функции и её применение

Техника дифференцирования сложных функций. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции с конечным числом точек разрыва на промежутке. Приложение производной к решению геометрических, физических и других задач.

Основные вопросы геометрии

Фигуры на плоскости (расстояния, углы, площади). Прямые и плоскости в пространстве (угол между прямой и плоскостью; угол между плоскостями; расстояние между прямыми и плоскостями; угол и расстояние между скрещивающимися прямыми). Многогранники (задачи на сечения; экстремальные задачи). Тела вращения. Некоторые приёмы вычисления отношений и расстояний в стереометрии.

Координатно-параметрический метод решения уравнений и неравенств

Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами. Показательные и логарифмические уравнения с параметрами. Показательные и логарифмические неравенства с параметрами. Тригонометрические уравнения и неравенства с параметрами. Различные трансцендентные уравнения и неравенства с параметрами.

3. Тематическое планирование учебного предмета

Тематическое планирование модуля «Алгебра и начала математического анализа»

10 класс

№	Основное содержание по темам	Количество часов
	Повторение (4 часа)	
1	Числовые и буквенные выражения	2
2	Уравнения и неравенства	2
	Действительные числа (18 часов)	
3	Целые и рациональные числа	2
4	Действительные числа	2
5	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия	2
6	Арифметический корень натуральной степени	4
7	Степень с рациональным и действительным показателем	5
8	Решение тренировочных упражнений	2
9	Контрольная работа №1	1
	Степенная функция (18 часов)	
10	Степенная функция, её свойства и график	3
11	Взаимно обратные функции	2
12	Равносильные уравнения и неравенства	4
13	Иррациональные уравнения	4
14	Иррациональные неравенства	2
15	Решение тренировочных упражнений	2
16	Контрольная работа №2	1
	Показательная функция (12 часов)	
17	Показательная функция, её свойства и график	2
18	Показательные уравнения	3
19	Показательные неравенства	3
20	Системы показательных уравнений и неравенств	2
21	Решение тренировочных упражнений	1
22	Контрольная работа №3	1
	Логарифмическая функция (19 часов)	
23	Логарифмы	2
24	Свойства логарифмов	2
25	Десятичные и натуральные логарифмы	3
26	Логарифмическая функция, её свойства и график	2
27	Логарифмические уравнения	3
28	Логарифмические неравенства	4
29	Решение тренировочных упражнений	2
30	Контрольная работа №4	1
	Тригонометрические формулы (27 часов)	
31	Радиианная мера угла	1
32	Поворот точки вокруг начала координат	2
33	Определение синуса, косинуса и тангенса угла	2
34	Знаки синуса, косинуса и тангенса	1
35	Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла	2
36	Тригонометрические тождества	3
37	Синус, косинус и тангенс углов α и $-\alpha$	1
38	Формулы сложения	3

39	Синус, косинус и тангенс двойного угла	2
40	Синус, косинус и тангенс половинного угла	2
41	Формулы приведения	2
42	Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов	3
43	Решение тренировочных упражнений	2
44	Контрольная работа №5	1
	Тригонометрические уравнения (18 часов)	
45	Уравнение $\cos x = a$	3
46	Уравнение $\sin x = a$	3
47	Уравнение $\operatorname{tg} x = a$	2
48	Решение тригонометрических уравнений	5
49	Примеры решения простейших тригонометрических уравнений	2
50	Решение тренировочных упражнений	2
51	Контрольная работа №6	1
	Обобщающее повторение (18 часов)	
52	Действительные числа	2
53	Степенная функция	3
54	Показательная функция	3
55	Логарифмическая функция	3
56	Тригонометрические формулы	3
57	Тригонометрические уравнения	4
	Итоговая контрольная работа (2 часа)	

11 класс

№	Основное содержание по темам	Количество часов
	Повторение (5 часов)	
1	Показательная функция	1
2	Логарифмическая функция	1
3	Тригонометрические формулы	2
4	Тригонометрические уравнения	1
	Тригонометрические функции (20 часов)	
5	Область определения и множество значений тригонометрических функций	3
6	Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций	3
7	Свойства функции $y = \cos x$ и её график	3
8	Свойства функции $y = \cos x$ и её график	3
9	Свойства функции $y = \cos x$ и её график	2
10	Обратные тригонометрические функции	3
11	Решение тренировочных упражнений	2
12	Контрольная работа №1	1
	Производная и её геометрический смысл (20 часов)	
13	Производная	3
14	Производная степенной функции	3
15	Правила дифференцирования	3
16	Производные некоторых элементарных функций	4
17	Геометрический смысл производной	4
18	Решение тренировочных упражнений	2
19	Контрольная работа №2	1
	Применение производной к исследованию функций (18 часов)	
20	Возрастание и убывание функции	2
21	Экстремумы функции	3
22	Применение производной к построению графиков функций	4

23	Наибольшее и наименьшее значение функции	3
24	Выпуклость графика функции, точки перегиба	3
25	Решение тренировочных упражнений	2
26	Контрольная работа №3	1
	Интеграл (17 часов)	
27	Первообразная	2
28	Правила нахождения первообразных	2
29	Площадь криволинейной трапеции и интеграл	3
30	Вычисление интегралов.	2
31	Вычисление площадей с помощью интегралов.	3
32	Применение производной и интеграла к решению практических задач	2
33	Решение тренировочных упражнений	2
34	Контрольная работа №4	1
	Комбинаторика (13 часов)	
35	Правило произведения	2
36	Перестановки	2
37	Размещения	2
38	Сочетания и их свойства	2
39	Бином Ньютона	2
40	Решение тренировочных упражнений	2
41	Контрольная работа №5	1
	Элементы теории вероятностей (13 часов)	
42	События	1
43	Комбинация событий. Противоположное событие	2
44	Вероятность события	2
45	Сложение вероятностей	2
46	Независимые события. Умножение вероятностей	2
47	Статистическая вероятность	2
48	Решение тренировочных упражнений	1
49	Контрольная работа №6	1
	Статистика (9 часов)	
50	Случайные величины	2
51	Центральные тенденции	2
52	Меры разброса	3
53	Решение тренировочных упражнений	1
54	Контрольная работа №7	1
	Обобщающее повторение курса алгебры и начал математического анализа за 10-11 классы (21 час)	
55	Числа и алгебраические преобразования	2
56	Уравнения	2
57	Неравенства	2
58	Системы уравнений и неравенств	2
59	Текстовые задачи	2
60	Функции и графики	2
61	Производная и интеграл	2
62	Комбинаторика и вероятность	2
63	Решение задач	3
64	Итоговая контрольная работа №5	2

Тематическое планирование модуля «Геометрия»

10 класс

№	Основное содержание по темам	Количество часов
	Введение. Аксиомы стереометрии и их следствия (5 часов)	
1	Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии	1
2	Некоторые следствия из аксиом	1
3	Решение задач на применение аксиом стереометрии и их следствий. Самостоятельная работа № В.1 (20 мин)	3
	Параллельность прямых и плоскостей (19 часов)	
4	Параллельные прямые в пространстве. Параллельность трёх прямых	1
5	Параллельность прямой и плоскости	1
6	Повторение теории, решение задач на параллельность прямой и плоскости. Самостоятельная работа № 1.1 (15 мин)	3
7	Скрещивающиеся прямые	1
8	Углы с сонаправленными сторонами. Угол между прямыми	1
9	Повторение теории, решение задач. Контрольная работа № 1.1 (20 мин)	3
10	Параллельные плоскости. Свойства параллельных плоскостей	2
11	Тетраэдр. Параллелепипед	2
12	Изображение пространственных фигур (Приложение 1). Задачи на построение сечений	2
13	Повторение теории, решение задач	1
14	Контрольная работа № 1.2. Зачёт № 1 по теме «Параллельность в пространстве»	2
	Перпендикулярность прямых и плоскостей (20 часов)	
15	Перпендикулярные прямые в пространстве. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости	1
16	Признак перпендикулярности прямой и плоскости	1
17	Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости	1
18	Решение задач на перпендикулярность прямой и плоскости. Самостоятельная работа № 2.1 (15 мин)	3
19	Расстояние от точки до плоскости. Теорема о трёх перпендикулярах	1
20	Угол между прямой и плоскостью	1
21	Повторение теории, решение задач. Самостоятельная работа № 2.2 (15 мин)	4
22	Двугранный угол. Признак перпендикулярности двух плоскостей	2
23	Прямоугольный параллелепипед	2
24	Повторение теории, решение задач	2
25	Контрольная работа № 2.1. Зачёт № 2 по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей»	2
	Многогранники (16 часов)	
26	Понятие многогранника. Призма. Площадь прямоугольной проекции многоугольника. Пространственная теорема Пифагора. Самостоятельная работа № 3.1 (15—20 мин)	4
27	Пирамида. Правильная пирамида. Усечённая пирамида. Самостоятельная работа № 3.2 (15—20 мин)	5
28	Симметрия в пространстве. Понятие правильного многогранника. Элементы симметрии правильных многогранников. Теорема Эйлера	5
29	Контрольная работа № 3.1. Зачёт № 3 по теме «Многогранники».	2
	Заключительное повторение тем геометрии 10 класса (8 часов)	

30	Аксиомы стереометрии и их следствия. Параллельность прямых и плоскостей	2
31	Перпендикулярность прямых и плоскостей	2
32	Многогранники. Площади боковых поверхностей призмы и пирамиды	3
33	Заключительный урок-беседа по курсу геометрии 10 класса	1

11 класс

№	Основное содержание по темам	Количество часов
	Цилиндр, конус и шар (16 часов)	
1	Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра. Самостоятельная работа № 4.1	3
2	Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усечённый конус	3
3	Сфера и шар. Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы	4
4	Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар. Сечения цилиндрической и конической поверхностей	4
5	Контрольная работа № 4.1. Зачёт № 4 по теме «Цилиндр, конус и шар»	2
	Объёмы тел (17 часов)	
6	Понятие объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда. Самостоятельная работа № 5.1	3
7	Объём прямой призмы. Объём цилиндра	2
8	Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём наклонной призмы. Объём пирамиды. Самостоятельная работа № 5.2	5
9	Объём конуса. Самостоятельная работа № 5.3	2
10	Объём шара. Объёмы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора. Площадь сферы	3
11	Контрольная работа № 5.1. Зачёт № 5 по теме «Объёмы тел»	2
	Векторы в пространстве (7 часов)	
12	Понятие вектора. Равенство векторов	1
13	Сложение и вычитание векторов. Сумма нескольких векторов. Умножение вектора на число	2
14	Компланарные векторы. Правило параллелепипеда. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам	2
15	Повторение теории, решение задач	1
16	Зачёт № 6 по теме «Векторы в пространстве»	1
	Метод координат в пространстве. Движения (16 часов)	
17	Прямоугольная система координат в пространстве	1
18	Координаты вектора (п. 72). Самостоятельная работа № 7.1. Связь между координатами векторов и координатами точек	2
19	Простейшие задачи в координатах. Самостоятельная работа № 7.2	3
20	Уравнение сферы	1
21	Угол между векторами. Скалярное произведение векторов	2
22	Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Самостоятельная работа № 7.3	2
23	Уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости	1
24	Центральная симметрия. Осевая симметрия. Зеркальная симметрия. Параллельный перенос	2
25	Контрольная работа № 7.1. Зачёт № 7 по теме «Метод координат в пространстве»	2
	Заключительное повторение при подготовке учащихся к итоговой аттестации по геометрии (12 часов)	

26	Аксиомы стереометрии и их следствия. Параллельность прямых, прямой и плоскости. Скрещивающиеся прямые. Параллельность плоскостей	2
27	Перпендикулярность прямой и плоскости. Теорема о трёх перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью	1
28	Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей	1
29	Многогранники: параллелепипед, призма, пирамида, площади их поверхностей	2
30	Цилиндр, конус и шар, площади их поверхностей	1
31	Объёмы тел	2
32	Векторы в пространстве. Действия над векторами. Скалярное произведение векторов	1
33	Повторение теории и решение задач по всему курсу геометрии	2

Тематическое планирование модуля «Практикум по математике»

№	Наименование темы	Количество часов
	10 класс (68 часов)	
	Начальные сведения для решения уравнений и неравенств	22
1	Действительные числа. Комплексные числа	6
2	Множества	6
3	Алгебраические многочлены	8
4	Практикум	2
	Решение рациональных уравнений и неравенств	40
5	Рациональные уравнения	11
6	Системы рациональных уравнений	5
7	Рациональные неравенства	5
8	Уравнения и неравенства, содержащие абсолютную величину	5
9	Рациональные алгебраические уравнения с параметрами	5
10	Рациональные алгебраические неравенства с параметрами	5
11	Уравнения и неравенства на ограниченном множестве	2
12	Практикум	2
	Основные вопросы геометрии	22
13	Фигуры на плоскости (расстояния, углы, площади)	6
	11 класс (102 часа)	
14	Прямые и плоскости в пространстве: - угол между прямой и плоскостью - угол между плоскостями - расстояние между прямыми и плоскостями - угол и расстояние между скрещивающимися прямыми	6
15	Многогранники: - задачи на сечения - экстремальные задачи	7
16	Практикум	3
	Основные задачи тригонометрии	21
17	Основные понятия	1
18	Основные тригонометрические формулы	2
19	Тригонометрические функции и их свойства	2
20	Свойства обратных тригонометрических функций	4
21	Тригонометрические уравнения	5
22	Тригонометрические неравенства	4
23	Практикум	3
	Производная функции и её применение	21

24	Техника дифференцирования сложных функций	5
25	Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции с конечным числом точек разрыва на промежутке	5
26	Приложение производной к решению геометрических, физических и других задач	10
27	Практикум	1
	Основные вопросы стереометрии	17
28	Тела вращения	7
29	Некоторые приёмы вычисления отношений и расстояний в стереометрии	7
30	Практикум	3
	Координатно-параметрический метод решения уравнений и неравенств	27
31	Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами	5
32	Показательные и логарифмические уравнения с параметрами	5
33	Показательные и логарифмические неравенства с параметрами	5
34	Тригонометрические уравнения и неравенства с параметрами	5
35	Различные трансцендентные уравнения и неравенства с параметрами	5
36	Практикум	2

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 603332450510203670830559428146817986133868575913

Владелец Кокоткина Виктория Владимировна

Действителен с 26.02.2021 по 26.02.2022